

## بسط معادله موازنه مواد برای مخازن نفتی تراکم‌پذیر زیر اشباع با در نظر گرفتن اثر تراکم‌پذیری هم‌دما

علی رضا صفوی، دانشکاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

معادله معمول موازنه مواد همواره با مشکلاتی روبروست که از جمله آنها می‌توان به ثابت در نظر گرفتن تراکم‌پذیری‌های سنگ و سیال اشاره کرد. این عامل به ویژه در مخازنی که اثر تراکم‌پذیری در آنها قابل صرف‌نظر کردن نباشد نقش مهمی در میزان بازیافت از مخزن ایفا می‌کند. برای مثال، در میدان Boliver Coast در ونزوئلا تراکم‌پذیری سنگ مخزن  $10^{-4}$  psi<sup>-1</sup> اندازه‌گیری شده است. در چنین شرایطی صرف‌نظر کردن از این مکانیزم رانش، عاقلانه نیست. در این مقاله سعی شده با در نظر گرفتن اثر تراکم‌پذیری سیالات و سنگ مخزن، هم‌چنین بخش‌هایی از مخزن مثل آبداه‌های محدود که خود آنها در تولید اثری ندارند اما انبساط آنها می‌تواند تولید را تحت تأثیر قرار دهد، معادله‌ای جامع برای موازنه مواد در مخازن نفتی زیر اشباع بسط داده شود.

واژگان کلیدی معادله موازنه مواد، ضریب تراکم‌پذیری هم‌دما، مکانیزم رانش انبساطی

### مقدمه

سمت چاه تعیین می‌شود. به طور کلی ۶ مکانیزم رانش وجود دارند که انرژی طبیعی لازم برای بازیافت نفت را فراهم می‌آورند. این مکانیزم‌ها عبارتند از: رانش ناشی از انبساط سنگ و سیال، رانش کلاهک گازی، رانش آب، رانش ناشی از ریزش ثقلی، رانش ناشی از تخلیه و رانش ترکیبی [۱].

در این زمینه کارهای تحقیقاتی زیادی در طی پنجاه سال گذشته انجام شده است [۲].

در نوشتار حاضر انبساط نفت، انبساط آب، انبساط سنگ و انبساط گاز محلول در نفت و آب ترکیب شده است. به علاوه، حجم کلی آب همراه موجود در مخزن نیز در فرمولاسیون و محاسبات لحاظ شده است. آب همراه شامل آب ذاتی، آب موجود در شیل‌های بین‌لایه‌ای و سنگ مخزن غیرتولیدی و هر حجم آبداه محدودی است [۳].

در این مطالعه اثر مکانیزم رانش انبساط در یک مخزن نفت متداول ارزیابی شده و در آن معادله موازنه مواد جدید و دقیقی برای جریان نفت در سازندی تراکم‌پذیر با میزان اشباع‌های سیالات مختلف باقی‌مانده (آب، نفت و گاز) ارائه شده است. پارامتر بی بعد جدید  $C_{epm}$  برای لحاظ کردن مکانیزم رانش انبساط کلی معرفی می‌شود. همه حجم آب و سنگی که با مخزن در ارتباط بوده و امکان انبساط دارد به این پارامتر بی‌بعد اضافه می‌شود.

معادله موازنه مواد اساسی‌ترین معادله‌ای است که برای پیش‌بینی عملکرد مخزن مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این وجود، معادله موازنه موادی که عموماً استفاده می‌شود، شکل کامل آن نیست. معادله موازنه مواد رایج دارای فرضیاتی است که همیشه قابل قبول نیست. در گذشته، چنین فرضیاتی به خاطر وجود محدودیت در روش‌های محاسباتی لحاظ می‌شده است. امروزه روش‌های قدرتمند و مدرن ریاضی و رایانه‌ای چالش‌های مربوط به محاسبات پیچیده در شبیه‌سازی مخزن را به حداقل رسانده است. معادله موازنه مواد به عنوان یکی از موارد پرکاربرد در مهندسی مخزن مثالی بارز از این دست معادلات است. معادله موازنه مواد برای تخمین میزان نفت در جای مخزن مورد استفاده قرار می‌گیرد. هم‌چنین از آن برای محاسبه میزان کاهش فشار ناشی از تولید استفاده می‌شود. در اغلب موارد، فرمولاسیون رایج موازنه مواد قابل‌پذیرش است. با این وجود، در مواردی مشخص که گاهی اوقات غیرقابل پیش‌بینی هستند نیاز به فرمولاسیونی با دقت بالاتر احساس می‌شود. برای داشتن آگاهی درباره مکانیزم‌های رانش که رفتار سیال مخزن را کنترل می‌کنند، درک صحیح رفتار مخزن و پیش‌بینی عملکرد آینده لازم است. عملکرد کلی مخزن نفتی به طور عمده توسط انرژی طبیعی (یعنی مکانیزم‌های رانش) در دسترس برای حرکت نفت به



### ۱- بهبود مدل معادله موازنه مواد جامع

#### ۱-۱- معادله موازنه مواد جدید برای مخزن نفتی تراکم‌پذیر زیراشباع

جهت بهبود معادله موازنه مواد برای یک مخزن زیراشباع بدون کلاهک گازی، خلل و فرج مخزن به عنوان یک طرف ایده آل در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن مخزنی که در آن خواص سنگ و سیال یکنواخت است، معادله موازنه مواد به دست می‌آید. فرض می‌کنیم آب و نفت تنها فازهای قابل حرکت در سنگ تراکم‌پذیرند و میزان اشباع‌های باقی‌مانده نیز چنین است:

$$(C_s \neq 0, C_o \neq 0, C_w \neq 0, S_{oi} \neq 0, S_{gi} \neq 0, S_{wi} \neq 0)$$

معادله شامل ضرایب تراکم‌پذیری وابسته به فشار بوده و تمامی آب قابل انبساط که با مخزن در ارتباط است لحاظ می‌شود. برای لحاظ کردن همه تغییرات حجمی که در طول عمر طبیعی تولید مخزن روی می‌دهد، می‌توان عبارات تعادل حجمی را به دست آورد. بنابراین معادله موازنه مواد را می‌توان طبق رابطه ۱-۱ ارائه کرد:

حجم فضای خالی اشغال شده توسط نفت اولیه درجا + میزان گاز حل شده در زمان  $t = 0$  و فشار اولیه،  $rb$  =

حجم فضای خالی اشغال شده به وسیله نفت باقی‌مانده در زمان  $t$  و فشار  $rb, p$  + تغییر در حجم نفت به خاطر انبساط نفت در زمان  $t$  و فشار  $rb, (-\Delta V_o), p$  +

تغییر در حجم آب به خاطر انبساط آب ذاتی در زمان  $t$  و فشار  $rb, (-\Delta V_w), p$  +

تغییر در میزان گاز محلول به خاطر انبساط در زمان  $t$  و فشار  $rb, (-\Delta V_g), p$  +

تغییر در حجم فضای خالی در زمان  $t$  و فشار  $rb, (-\Delta V_s), p$  +

تغییر در میزان حجم همراه<sup>۲</sup> به خاطر انبساط و کاهش حجم آب و فضای خالی در زمان  $t$  و فشار  $rb, (-\Delta V_A), p$  +

تغییر در حجم آب به خاطر فلاکس و تولید آب در زمان  $t$  و فشار  $rb, p$

(۱)

و با در نظر گرفتن موارد زیر:

الف) حجم اولیه نفت در مخزن:  $NB_{oi}$

ب) حجم نفت باقی‌مانده در مخزن در فشار  $p$ :  $(N - N_p)B_o$

ضرایب تراکم‌پذیری هم‌دما برای نفت، آب، گاز و سنگ (سازند) به ترتیب طبق روابط ۲ تا ۵ تعریف می‌شوند:

$$C_o = -\frac{1}{V_o} \frac{\partial V_o}{\partial p} \Big|_{\tau} \quad (2)$$

$$C_w = -\frac{1}{V_w} \frac{\partial V_w}{\partial p} \Big|_{\tau} \quad (3)$$

$$C_g = -\frac{1}{V_g} \frac{\partial V_g}{\partial p} \Big|_{\tau} \quad (4)$$

$$C_s = -\frac{1}{V_s} \frac{\partial V_s}{\partial p} \Big|_{\tau} \quad (5)$$

اگر فشار اولیه مخزن و  $p$  فشار متوسط در زمان حاضر باشد، می‌توان با انتگرال گرفتن از معادلات (۲) تا (۵)، میزان تغییر در حجم نفت، آب، گاز و سنگ را با فرض اینکه ضرایب تراکم‌پذیری وابسته به فشار هستند به دست آورد:

$$\Delta V_w = -V_{wi} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_w dp}) \quad (6)$$

$$\Delta V_o = -V_{oi} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_o dp}) \quad (7)$$

$$\Delta V_g = -V_{gi} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_g dp}) \quad (8)$$

$$\Delta V_s = V_{si} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_s dp}) \quad (9)$$

علاوه بر آنچه در بالا آمده در موازنه ماده بهبود یافته، انبساط حجم همراه نیز در فرمولاسیون رانش انبساطی در نظر گرفته شده است. حجم همراه، قسمتی از مخزن است که در تولید هیدروکربن تأثیرگذار نیست. با این وجود، این بخش از مخزن می‌تواند با انبساط یا انقباض خود، بازیافت نفت از مخزن را تسریع کند. در واقع حجم بین لایه‌ای قسمت غیرتولیدی<sup>۳</sup> و حجم‌های آبد محدود به عنوان حجم همراه در نظر گرفته می‌شود که هر دوی آنها به فلاکس آب در طی تخلیه مخزن منجر می‌شوند. برای نشان دادن اثرات حجم همراه در معادله موازنه مواد، از کسر حجمی  $M$  استفاده می‌شود که به صورت نسبت حجم فضای خالی همراه به حجم فضای خالی مخزن تعریف می‌شود. با در نظر گرفتن تغییرات حجم همراه، این بخش به عنوان یک جمله انبساط اضافی در معادله موازنه مواد نشان داده خواهد شد. بنابراین تغییر در

حجم برابر است با:

$$\Delta V_A = (-\Delta V_{AW}) + \Delta V_{AS} = \Delta V_{Awi} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_w dp}) + V_{Asi} (1 - e^{-\int_p^{p_i} c_s dp}) \quad (10)$$

باید توجه داشت که علامت  $\Delta V_o$ ،  $\Delta V_w$  و  $\Delta V_g$  به دلیل انبساط، منفی و علامت  $\Delta V_s$  به دلیل انقباض، مثبت است. احجام اولیه سیال و فضای خالی به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$V_{oi} = \frac{NB_{oi} S_{oi}}{1 - S_{wi}} \quad (11)$$

$$V_{wi} = \frac{NB_{oi} S_{wi}}{1 - S_{wi}} \quad (12)$$

$$S_{gi} V_{gi} = \frac{(NB_{oi}) \times \left( \frac{R_{soi}}{B_{oi}} \right) B_{gi} + (NB_{oi}) \times \left( \frac{R_{swi}}{B_{wi}} \right) \times B_{gi}}{1 - S_{wi}} \quad (13)$$

$$V_{si} = \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} \quad (14)$$

$$V_{Awi} = M \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} \quad (15)$$

اکنون، اگر فرض کنیم تراکم پذیری نفت، آب، گاز و سازند ثابت است، معادله (۲۲) بدون تغییر باقی می ماند. با این وجود با انتگرال گرفتن از توان‌ها می توان معادله (۲۳) را به شکل زیر نوشت:

$$C_{epm} = \left\{ \frac{S_{oi}(e^{c_o(p_i-p)}-1) + S_{wi}(e^{c_w(p_i-p)}-1) + S_{gi}(e^{c_g(p_i-p)}-1) \left( \frac{R_{soi}}{B_{oi}} + \frac{R_{swi}}{B_{wi}} \right) B_{gi}}{1 - S_{wi} + M[(e^{c_w(p_i-p)}-1) + (1 - e^{-c_s(p_i-p)})]} \right\} \quad (26)$$

معادله (۲۶) هم چنان عبارتی دقیق برای استفاده در موارد تراکم پذیری ثابت است. این عبارت را می توان به وسیله بسط مک لورن به شکل زیر نوشت:

$$e^{c_o(p_i-p)} \approx 1 + C_o(p_i-p) \quad (27)$$

$$e^{c_w(p_i-p)} \approx 1 + C_w(p_i-p) \quad (28)$$

$$e^{c_g(p_i-p)} \approx 1 + c_g(p_i-p) \quad (29)$$

$$e^{-c_s(p_i-p)} \approx 1 - c_s(p_i-p) \quad (30)$$

پارامتری بعد  $C_{epm}$ ، با جاگذاری معادلات (۲۷) تا (۳۰) در معادله (۲۶) به صورت زیر در می آید:

$$C_{emp} = \frac{S_{oi}C_o + S_{wi}C_w + S_{gi}C_g \left( \frac{R_{soi}}{B_{oi}} + \frac{R_{swi}}{B_{wi}} \right) + C_s + M(C_s + C_w)}{1 - S_{wi}} \Delta p \quad (31)$$

که اگر از عبارات مربوط به حجم همراه و انحلال پذیری گاز در آب و نفت صرف نظر کنیم به عبارت مربوط به اثر تراکم پذیری در معادلات موازنه مواد متداول خواهیم رسید.

## ۲-۲- اهمیت $C_{epm}$

پارامتری بی بعد  $C_{epm}$ ، در معادله (۳۲) را می توان به عنوان شدت مؤثر منبع انرژی در بازیافت نفت با استفاده از مکانیزم انبساط در نظر گرفت که این امر تنها به دلیل انبساط سنگ و سیالات تراکم پذیر باقی مانده در مخزن است. اگر به معادله (۲۳) مراجعه کنیم،  $C_{epm}$  تابعی از فشار کنونی مخزن، تراکم پذیری سیالات، اشباع های اولیه، خواص گاز محلول در آب و نفت و نسبت حجم همراه مخزن است.  $C_{epm}$  در معادله (۲۶) هم چنان تابعی از همه پارامترهای بالاست؛ جز اینکه به جای تراکم پذیری متغیر، مجموعه ای از تراکم پذیری های ثابت در آن به کار رفته است. شکل ساده شده نهایی این پارامتر در معادله (۳۱) به افت فشار متوسط مخزن و دیگر پارامترهای مرتبط که در بالا به آن اشاره شد، بستگی دارد.  $C_{epm}$  پارامتر بسیار مهمی در معادله موازنه مواد پیشنهادی است؛ چراکه می توان از آن به عنوان ابزاری برای فهم چگونگی عملکرد معادله موازنه مواد، تحت داده های مرتبط ورودی

$$V_{Asi} = M \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} \quad (16)$$

با جاگذاری معادلات (۱۱) تا (۱۶) در معادلات (۶) تا (۱۰) به معادلات زیر خواهیم رسید:

$$\Delta V_o = -V_{oi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_o dp}) = -\frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} S_{oi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_o dp}) \quad (17)$$

$$\Delta V_w = -V_{wi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_w dp}) = -\frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} S_{wi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_w dp}) \quad (18)$$

$$\Delta V_g = -V_{gi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_g dp}) = (NB_{oi}) \times \left( \frac{R_{soi}}{B_{oi}} \right) \times B_{gi} + (NB_{oi}) \times \left( \frac{R_{swi}}{B_{wi}} \right) \times B_{gi} - \frac{S_{gi}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_g dp})}{1 - S_{wi}} \quad (19)$$

$$\Delta V_s = -V_{si}(1 - e^{\int_p^{p_i} C_s dp}) = -\frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} (1 - e^{\int_p^{p_i} C_s dp}) \quad (20)$$

$$\Delta V_A = -\Delta V_{Aw} + \Delta V_{AS} = M \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} (1 - e^{\int_p^{p_i} C_w dp}) + M \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wi}} (1 - e^{\int_p^{p_i} C_s dp}) \quad (21)$$

با جاگذاری معادلات (۱۷) تا (۲۱) معادله موازنه مواد به شکل زیر خواهد شد:

$$N_p B_o - (W_e - W_p B_w) + N(B_o - B_{oi} + B_{oi} C_{emp}) \quad (22)$$

که در آن:

$$C_{emp} = \left\{ \frac{S_{oi}(e^{\int_p^{p_i} C_o dp} - 1) + S_{wi}(e^{\int_p^{p_i} C_w dp} - 1) + S_{gi}(e^{\int_p^{p_i} C_g dp} - 1) \left( \frac{R_{soi}}{B_{oi}} + \frac{R_{swi}}{B_{wi}} \right) B_{gi}}{1 - S_{wi} + M[(e^{\int_p^{p_i} C_w dp} - 1) + (e^{\int_p^{p_i} C_s dp} - 1)]} \right\} \quad (23)$$

معادله (۲۲)، معادله موازنه مواد جدید و جامعی برای مخزن زیر اشباع و بدون کلاهک گازی است. این معادله بسیار دقیق است؛ چراکه تراکم پذیری های سیال و سازند را با هر تابعیتی از فشار لحاظ می کند. آب و نفت به عنوان تنها فازهای در حال حرکت در نظر گرفته می شوند. معادله (۲۳) عبارتی از پارامتری بی بعد پیشنهادی  $C_{epm}$  است که در آن تمامی انبساط های محتمل و در دسترس لحاظ شده اند. وقتی فلاکس آبی وجود نداشته باشد، معادله موازنه مواد به شکل زیر خواهد شد:

$$N_p B_o + W_p B_w = N(B_o - B_{oi} + B_{oi} C_{emp}) \quad (24)$$

معادله (۲۴) را می توان به صورت موازنه مواد به روش خط راست نوشت:

$$N = \frac{F}{E_o + E_{cemp}} \quad (25)$$

که در آن:

$$F = N_p B_o + W_p B_w$$

$$E_o = B_o - B_{oi}$$

$$E_{cemp} = B_{oi} C_{emp}$$



استفاده کرد.

برای بحث راجع به اهمیت  $C_{epm}$ ، معادله (۲۲) را می توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{1}{B}(1-C_{emp} - \frac{W_e - W_p}{NB_{oi}}) = \frac{1}{B_{oi}}(1 - \frac{N_p}{N}) \quad (۳۲)$$

که از این معادله برای توضیح اثرات  $C_{epm}$ ، در دو مورد زیر استفاده می شود:

### ۱-۲-۱- مکانیزم تخلیه بدون آبد و تولید آب

در این حالت معادله (۳۳) به شکل زیر ساده می شود:

$$0 \leq C_{emp} < 1 \quad (۳۴)$$

این معادله طبق استدلال مشابه آنچه گفته شد، به دست آمده است. اگر حدود ذکر شده برای معادله به هر نحوی نقض شود، امکان اینکه مقدار فشار متوسط مخزن به شکل معقولی محاسبه شود، وجود نخواهد داشت.

### ۱-۲-۱- مکانیزم رانش آب همراه با تولید آب

معادله (۳۲) محدوده ای از مکانیزم های رانش آب و انبساط را برای اشباع اولیه سیالات، فلاکس و تولید آب ارائه می دهد. این محدوده را می توان به شکل زیر ارائه کرد:

$$0 \leq C_{emp} - \frac{W_e - W_p}{NB_{oi}} < 1 \quad (۳۳)$$

معادله بالا برای هر فشاری در مخزن برقرار خواهد بود. حد پایینی معادله (۳۳) به این دلیل است که  $W_p$  و  $W_e$ ،  $C_{epm}$  همگی در فشار اولیه مخزن صفر هستند. حد بالایی این معادله به این دلیل است که وقتی همه هیدروکربن در جای مخزن تولید شود، سمت راست معادله (۳۲) صفر خواهد بود. با این وجود، عملاً تولید تمامی نفت موجود در مخزن امکان پذیر نیست. بنابراین حد بالایی باید کمتر از یک لحاظ گردد. می توان گفت اگر در شبیه سازی عددی خارج از این محدوده به دست آید به دلیل وجود مشکلی در داده های ورودی و یا محاسبه فشار متوسط مخزن است. بنابراین  $C_{epm}$ ، ابزاری برای تشخیص و پیش بینی رفتار مخزن در مراحل ابتدایی تولید مخزن است.

### نتیجه گیری

در اینجا معادله جامعی برای موازنه مواد در مخازن زیر اشباع و بدون کلاهک گازی بسط داده شد. مفاهیم اصلی معادله پیشنهادی استفاده از تراکم پذیری های متغیر، مقادیر اشباع باقی مانده و خواص سیال و سنگ (وابسته به زمان) هستند. هم چنین حجم همراه به مخزن برای به دست آوردن معادله کلی مورد استفاده قرار گرفته است. معادله برای افزایش میزان ضریب برداشت در مخزن، به شدت تحت تأثیر تراکم پذیری های سیال و سنگ است. اگر قسمتی در مخزن وجود داشته باشد که در تولید نفت فعال نباشد (برای مثال M)، میزان ضریب برداشت تحت تأثیر M نیز خواهد بود. همه این ملاحظات منجر به خصوصیات منحصر به فرد معادله موازنه مواد پیشنهادی در تصحیح میزان ضریب برداشت می شود. بنابراین لحاظ کردن همه پارامترهای محتمل، منجر به افزایش میزان نفت بازیافتی می شود. استفاده از این معادله جدید می تواند ایده ای در خصوص چگونگی تأثیر تراکم پذیری های سنگ و سیال در معادله موازنه مواد به دست دهد. هم چنین با استفاده از پارامتری بعد  $C_{epm}$ ، می توان داده های ورودی به مدل را پایش کرد.

### پانویس ها

<sup>1</sup>a.safari@aut.ac.ir

<sup>2</sup>associated volume

<sup>3</sup>inter bedded non net pay

### منابع

- [1] Dake, 1978; Ahmed 2002)  
 [2] Havlena and Odeh, 1963; Havlena and Odeh, 1964; Ramagost and Farshad, 1981; Fetkovich et al., 1991; Fetkovich et al., 1998; Rahman et al 2006  
 [Fetkovich et al., 1998].  
 [3] Ahmed, T. (2002) Reservoir Engineering Handbook. 2nd edition. Gulf Professional Publishing, Boston, U.S.A.  
 [4] Craft, B.C. and Hawkins, M.F. (1959) Applied Petroleum Reservoir Engineering. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632  
 [5] M. Rafiqul Islam, S. H. Moussavizadegan, Shabbir Mustafiz, Jamal H. Abou-Kassem (2010), Advanced Petroleum Reservoir Simulation, WILEY, ISBN: 978-0-470-625811  
 [6] Havlena, D. and Odeh, A.S. (1964) The Material Balance as an Equation of a Straight Line-Part II, Field Cases. JPT (July) 815, Trans., AIME, 231  
 [7] M.E. Hossain, M.R. Islam, A Comprehensive Material Balance Equation with the Inclusion of Memory During Rock-Fluid Deformation, Advances in Sustainable Petroleum Engineering Science, Volume 1, Issue 2, 2009, pp. 141 - 162